

文章编号 1004-924X(2004)05-0543-07

## 基于奇异值分解的人脸识别方法

梁毅雄, 龚卫国, 潘英俊, 李伟红, 刘嘉敏, 张红梅  
(重庆大学 光电技术及系统教育部重点实验室, 重庆 400044)

**摘要:**提出了一种将傅里叶变换和奇异值分解相结合的人脸自动识别方法。首先对人脸图像进行傅里叶变换,得到其具有位移不变特性的振幅谱表征。其次,从所有训练图像样本的振幅谱表征中给定标准脸并对其进行奇异值分解,求出标准特征矩阵,再将人脸的振幅谱表征投影到标准特征矩阵后得到的投影系数作为该人脸的模式特征。然后,对经典的最近邻分类器算法进行了改进,并采用模式特征之间的欧式距离作为相似性度量,从而完成对未知人脸的识别。采用 ORL (Olivetti Research Laboratory) 人脸库对本文提出的人脸识别方法进行验证,获得了 100.00% 的识别率。实验结果表明,本方法优于现有的基于奇异值分解的人脸识别方法,且对表情、姿态变换等具有一定的鲁棒性。

**关键词:**人脸识别;傅里叶变换;奇异值分解;最近邻分类器

**中图分类号:** TP391.4 **文献标识码:** A

## Singular value decomposition-based approach for face recognition

LIANG Yi-xiong, GONG Wei-guo, PAN Ying-jun, LI Wei-hong, LIU Jia-min, ZHANG Hong-mei

(The Key Lab for Optoelectronic Technology and Systems Education Ministry of China,  
Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** A method to extract algebraic features of a face image based on the Fourier transform and Singular Value Decomposition (SVD) is introduced, then the method with the algebraic feature is proposed to recognize faces. First, face images are processed by a 2D Fourier transform that has some effective properties such as a linear transform, and is invariant against spatial translation. The amplitudes of the transform coefficients are used to represent the image in the frequency domain. Second, the amplitude representation of the face image is projected onto the two compressed orthogonal matrixes, which come from the SVD of the standard face image obtained by averaging all training samples and then the projecting coefficients are used as the algebraic feature of the face image. The robustness of this feature is proved and used for face recognition. In the matching stage, the traditional Nearest Neighbor Classifier (NNC) is improved to recognize the unknown faces by using Euclidean distance as the similarity measurement. Finally, the standard face database from Olivetti Research Laboratory (ORL) is selected to evaluate the recognition accuracy of the proposed face recognition algorithm. This database includes face images with different expressions, small occlusions, different illumination conditions and different poses, etc. The recognition accuracy is up to 100.00% by selecting appropriate values of the parameters. The effectiveness of the proposed face recog-

收稿日期:2004-06-22;修订日期:2004-08-15.

基金项目:国家教育部科学技术重点项目(No. 02057)和教育部春晖计划(No. 2003589)的资助.

nitition algorithm and its insensitivity to the facial expression, illumination and posture are shown in terms of both the absolute performance indices and the comparative performance against some popular face recognition schemes such as Singular Value decomposition-based method.

**Key words:** face recognition; Fourier transform; SVD; NNC

## 1 引言

人脸识别是指采用机器对人脸图像进行分析,进而提取有效的识别信息从而达到身份辨认的目的。近年来因其在安全、认证、人机交互、视频电话等方面的广泛应用前景而越来越成为计算机模式识别领域的研究热点<sup>[1-5]</sup>。虽然人类能轻松地识别出人脸,但人脸的自动机器识别却是一个难度极大的课题,其困难主要来源于表情、姿态、尺度、光照和背景等的大幅度变化<sup>[6-7]</sup>。另外,它涉及到图像处理、模式识别、计算机视觉和神经网络等学科,也和对人脑的认识程度紧密相关。这诸多因素使得人脸识别成为一项极富挑战性的课题<sup>[8]</sup>。

人脸识别的研究可以追溯到 20 世纪 60 年代,近 20 年来得到了迅速发展,涌现出了很多新的方法。这些方法的有效性很大程度上取决于它们所提取的人脸特征。目前可利用人脸特征可分为四类<sup>[9]</sup>:视觉特征,统计特征,变换系数特征和代数特征等。其中,代数特征被认为是人脸的本质特征,表征了人脸图像的内在特性。目前典型的代数特征主要包括奇异值特征<sup>[9]</sup>和本征脸(Eigenfaces)特征等。本征脸(Eigenfaces)技术比较成熟,但其计算较为复杂,因此国内关于代数特征的研究主要集中于奇异值特征上<sup>[9,12-17]</sup>。Hong<sup>[9]</sup>首先提出了经典的基于奇异值特征的人脸识别方法,把人脸图像视为一个矩阵,进行奇异值分解从而提取其奇异值特征,并投影到 Foley-Sammon 最佳鉴别平面进行识别,但在实验中误识率为 42.67%,Hong 认为是小样本对统计方法的影响。为了解决小样本问题,文献[13-14]提出了基于小样本统计模型,提取人脸的奇异值特征,投影到最佳鉴别空间从而进行识别。在文献[15]中,Wang 提出了一种基于奇异值分解和 RBF 神经网络的人脸识别方法,仍然利用人脸的奇异值特征作为识别特征,并利用具有正、负样本学习能力的 RBF 神经网络作为分类器进行识别。该方

法的可行性在 ORL 人脸库上进行验证,作者用前 6 幅人脸进行训练,后 4 幅进行识别,识别率达到 92.00%。上述的几种方法均采用人脸的奇异值特征取代原始的人脸图像,然而最近的研究<sup>[16-17]</sup>表明,这是远远不够的。Tian<sup>[16]</sup>等发现人脸的奇异值特征只包含了少数有用信息,更多的信息则包含在由两个正交矩阵组成的特征矩阵中,由此 Tian 提出了在识别时采用将待识别的人脸向每个已知人脸的特征矩阵投影,取投影后得到的系数矢量作为特征同已知人脸的奇异值特征进行比较识别。该方法在 ORL 人脸库上获得了 92.50%的识别率。值得注意的是,投影后得到的系数矩阵一般为非对角矩阵,且非对角线上的系数包含了许多关键的识别信息,而在文献[16]中仅仅采用对角线上的系数作为特征进行识别,必然会造成部分关键识别信息的丢失。文献[17]中提出了一种将两种基于奇异值分解的匹配识别结果进行融合的方法。其中一种是直接利用人脸的奇异值特征进行识别,另一种是利用测试样本在训练样本空间的重建误差来进行鉴别。该方法在采用与文献[15]相同的实验条件下获得了 96.00%的识别率。

基于傅里叶变换和奇异值分解提出了一种新的代数特征并将其应用于人脸识别。首先对预处理后的人脸图像作傅里叶变换,取其振幅谱作为人脸在频域的代表,该表征是振幅谱位移不变的;然后从训练样本集的振幅谱表征中给定标准脸,对其进行奇异值分解并对标准脸的特征矩阵降维;将不同人脸投影到降维后的特征矩阵得到的系数作为该人脸的一种新的代数特征。最后对经典的最近邻分类器(NNC)进行改进,并采用欧式距离作为相似性度量,完成对未知人脸的识别。

## 2 人脸的频域振幅谱表征

傅里叶变换是传统有效的信号分析工具。一个尺寸为  $M \times N$  的二维图像信号  $f(x, y)$ ,其二维离散傅里叶变换可以定义为<sup>[18]</sup>

$$F(u, v) = [f(x, y)] = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{j2\pi(ux/M + vy/N)}, \quad (1)$$

傅里叶变换具有如下平移性质

$$[f(x - x_0, y - y_0)] = F(u, v) e^{-j2\pi(u_0x/M + v_0y/N)}, \quad (2)$$

由式(2),可以推出

$$| [f(x - x_0, y - y_0)] | = | F(u, v) e^{-j2\pi(u_0x/M + v_0y/N)} | = | F(u, v) |, \quad (3)$$

因此,二维图像的振幅谱图像是位移不变的。在人脸识别中,采用傅里叶变换将人脸图像从空间域转换到频域,并用其振幅谱表征(如图 1 所示),能完全消除因空间位置对不准而带来的位移误差,因此可以获得更好的识别效果。另外,从图 1 可以看出,采用归一化后的振幅谱表征具有更好的能量集中性,有利于进一步有效的提取其代数特征。

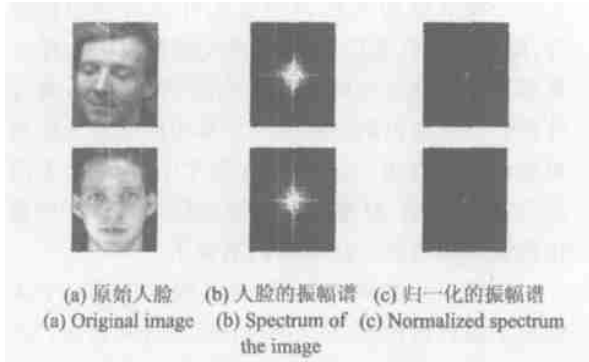


图 1 人脸的振幅谱表征

Fig. 1 Spectrum representation of face images

### 3 人脸的奇异值分解及特征提取

奇异值分解在数据压缩、信号处理和模式识别等许多方面都有广泛的应用<sup>[19-20]</sup>。奇异值分解定理及其特性可详细描述如下:

定理:(奇异值分解定理)若  $A \in R^{m \times n}$  (不失一般性,设  $m \geq n$ ),  $rank(A) = r$ ,则存在两个正交矩阵

$$U = [u_1, u_2, \dots, u_m] \in R^{m \times m}, U^T U = I \text{ 和 } V = [v_1, v_2, \dots, v_n] \in R^{n \times n}, V^T V = I$$

以及对角阵

$$S = diag[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r, 0, \dots, 0] \in R^{m \times n}, \sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_r > 0$$

使得下式成立

$$A = USV^T = \sum_{i=1}^r \sigma_i u_i v_i^T, \quad (4)$$

其中,  $\sigma_i^2$  为  $A^T A$  并且也是  $AA^T$  的特征值,  $u_i, v_i$  分别是  $AA^T$  和  $A^T A$  的对应于  $\sigma_i^2$  的特征矢量。

式(4)可以写为以下投影形式

$$S = U^T A V, \quad (5)$$

即图像  $A$  在  $U, V$  上的投影为对角阵  $S$ 。取  $S$  的对角线上的元素构成的矢量即为图像的奇异值特征。Hong<sup>[9]</sup>证明了图像的奇异值特征具有以下特性:

(1) 稳定性。奇异值的变化不大于扰动矩阵的 2 范数,这就意味着图像的奇异值特征对图像噪音、图像光照条件等不同引起的变换具有不敏感的特性。

(2) 旋转、位移不变性。即对图像进行旋转运算或是作行或列的置换运算,图像的奇异值特征不变。

正是由于奇异值特征具有以上代数和几何上的不变性,近年来已被用于人脸识别中。但由式(5)可知,图像的奇异值特征是通过往各自的特征矩阵投影得到的,若特征矩阵不同,则投影后得到的系数矩阵不再是对角阵。因此,基于奇异值特征的人脸识别存在着原理上的缺陷。为了克服图像的奇异值特征包含的有效识别信息不足的问题,本文将所有样本投影到同一标准特征矩阵,得到了一种新的基于投影系数的代数特征。下面给出详细讨论:

设标准脸  $A$  的奇异值分解为  $A = USV^T$ ,则人脸  $X$  在  $A$  的特征矩阵上的投影可记为

$$S_X = U^T X V = \begin{bmatrix} u_1^T X v_1 & \dots & u_1^T X v_n \\ \dots & \dots & \dots \\ u_m^T X v_1 & \dots & u_m^T X v_n \end{bmatrix} \in R^{m \times n}, \quad (6)$$

显然,上述投影变换是可逆的,即可以通过  $S_X, U, V$  对  $X$  进行完全重建。同时也可以证明它也是能量不变的,即

$$\|X\|_F = \|S_X\|_F, \quad (7)$$

其中  $\|\cdot\|_F$  为 Frobenius 范数。

证明:

$$\|US_X\|_F^2 = tr[(US_X)^T(US_X)] = tr[S_X^T S_X] = \|S_X\|_F^2$$

$$S_X V^T \quad {}_F^2 = (S_X V^T)^T \quad {}_F^2 = \text{tr} [(S_X V^T) (S_X V^T)^T] = \text{tr} [S_X S_X^T] = S_X \quad {}_F^2$$

即有

$$X \quad {}_F = US_X V^T \quad {}_F = (US_X) V^T \quad {}_F = US_X \quad {}_F = S_X \quad {}_F$$

证毕。

即图像投影后其能量保持不变。因而投影变换是一种能量保持型可逆变换,投影后得到的系数矩阵包含了原始图像的所有信息。

衡量一个变换的重要指标是其能量的集中性,即信号经过变换后,其大部分的能量集中在  $N$  个变换系数上,若  $N$  越小,则认为该变换的能量集中性越好。实验表明,式(6)所描述的投影变换是一种很好的能量集中型变换,人脸  $X$  的大部分能量集中分布在  $S_X$  左上角的一子阵  $S_X^k$  中,其中

$$S_X^k = \begin{bmatrix} u_1^T X v_1 & \dots & u_1^T X v_k \\ \dots & \dots & \dots \\ u_k^T X v_1 & \dots & u_k^T X v_k \end{bmatrix} R^{k \times k}, \quad (8)$$

即人脸  $X$  投影到标准脸  $A$  的前  $k$  个最大奇异值所对应的特征矢量  $U^* (u_1, u_2, \dots, u_k)$ 、 $V^* (v_1, v_2, \dots, v_k)$  后所得到的系数集中了大部分的能量,因此可以将  $U^*$  和  $V^*$  作为标准特征矩阵。将图像投影到标准特征矩阵即可得到该图像的一种新的代数特征  $S_X^k$ ,关于这一特征的稳定性,本文给出如下定理:

定理:若  $A, X_i, X_j \in R^{m \times n}$ ,  $U^* = [u_1, \dots, u_k]$  和  $V^* = [v_1, \dots, v_k]$  为标准脸  $A$  的前  $k$  个最大奇异值所对应的特征矢量组成的两个正交矩阵 ( $k \leq \min(m, n)$ ),  $X_i, X_j$  投影到  $U^*$  和  $V^*$  得到的系数特征分别为  $S_{X_i}^k$  和  $S_{X_j}^k$ , 则有

$$S_{X_i}^k - S_{X_j}^k \quad {}_F^2 \leq X_i - X_j \quad {}_F^2, \quad (9)$$

证明:  $X_1 - X_2 \quad {}_F^2 = U (X_1 - X_2) V^T \quad {}_F^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (u_i^T (X_1 - X_2) v_j)^2 \geq \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k (u_i^T (X_1 - X_2) v_j)^2 = S_{X_1}^k - S_{X_2}^k \quad {}_F^2$

证毕。

这意味着人脸图像有较小的扰动时,本文所提出的代数特征的变化不大于扰动的 Frobenius 范数,具有很好的稳定性。

## 4 改进的最近邻分类器

最近邻分类器 (Nearest Neighbor classifi-

er)<sup>[21]</sup>是由 Cover 和 Hart 于 1967 年提出的,由于该方法在理论上进行了深入分析,直至现在仍然是模式识别中最重要的方法之一。其实质是比较未知样本同所有已知类别的样本之间的距离,并决策该样本与离它最近的样本同类。由于最近邻法每次决策都要计算未知样本与全部训练样本的距离并加以比较,因此存储量和计算量都很大。考虑到类条件均值向量包含了大量的分类信息,本文对经典的最近邻分类器进行的改进,首先将未知样本同所有已知类别的均值向量进行比较,挑选出最相似的那些类别作为一个候选集,然后对候选集再采用最近邻分类法进行判别。在计算样本间的距离时本文选择目前广泛使用的欧式距离作为相似性度量。由于投影系数特征  $S_X^k$  是以矩阵的形式存储的,因此欧式距离的计算可转化为求 Frobenius 范数的问题。

## 5 本识别方法的主要步骤

一种有效的人脸识别模式可以简单的描述为:给定一组代表已知身份的人脸作为训练样本集和一组未知身份的人脸作为测试样本集,通过分析计算从而识别出测试样本集中的每幅人脸所对应的人的身份。现假定人脸库中有  $P$  个不同的人,每个人有  $M$  幅已知的训练样本。本文所提出的人脸识别新方法可以归纳如下:

步骤(1):在训练阶段,对人脸库中第  $i$  个人的第  $j$  幅训练样本  $X_{ij}$  ( $i = 1, \dots, P, j = 1, \dots, M$ ) 进行二维离散快速傅里叶变换,采用其振幅作为人脸的振幅谱表征  $FX_{ij}$ ;

步骤(2):取所有训练样本的振幅谱表征  $FX_{ij}$  的均值  $S_t = \frac{1}{PM} \sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^M FX_{ij}$  作为标准脸,并对其进行奇异值分解,选取合适的  $k$  值即可得到  $U^*$  和  $V^*$ 。

步骤(3):第  $i$  个人采用其所有训练样本的均值  $MX_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M FX_{ij}$  表征。把  $MX_i$  投影到正交矩阵  $U^*$  和  $V^*$  得到的低维的系数矩阵  $S_{X_i}^k$  作为第  $i$  个人的特征存入数据库中。

步骤(4):在识别阶段,将待识别的人脸  $Y$  的振幅谱表征  $FY$  投影到  $U^*$  和  $V^*$  上,提取其投影系数特征  $S_Y^k$ ,然后计算  $(S_{X_i}^k - S_Y^k)$  的 Frobenius

范数,根据范数的大小提出一定数量的候选人。进一步对候选人的所有训练样本进行投影并根据采用最近邻分类器分类从而进行识别。

## 6 实验结果

### 6.1 标准人脸库

我们选择标准的 ORL 人脸库进行识别实验。在 ORL 人脸库中,有 400 幅分辨率为  $112 \times 92$ ,具有不同表情、不同姿势、稍许倾斜(不超过 20 度)、稍许遮掩(眼镜)以及不同光照的人脸,具体为 40 个人,每人有 10 幅不同的人脸。数据库中的部分人脸如图 2 所示。实验时所有人脸均进行了灰度归一化预处理,采用每个人的前 4 幅脸像进行训练,后 6 幅(共 240 幅)进行识别。



图 2 标准 ORL 人脸库的部分人脸像

Fig.2 Partial face images of the standard ORL database

### 6.2 识别结果及其分析

为了验证本文所提取的这种新的代数特征的有效性,分别采用传统的人脸奇异值特征<sup>[9]</sup>(特征 1)、文献[16]所提取的系数特征(特征 2)以及本文所提取系数特征(特征 3)进行对比实验,均采用改进的最近邻分类器进行识别,表 1 给出实验结果。其中采用特征 3 进行识别时选取  $k = 7$ 。由表 1 可知,在相同的实验条件下,采用特征 2 和特征 3 进行识别所获得的识别率高于采用特征 1 时所获得的识别率。这是因为前两种特征是在相同的空间下进行比较得出的,而后一种则是人脸在不同空间的表征。与特征 3 相比,由于特征 2 摒弃了部分包含有用识别信息的主元,因而其识别率较低。采用本文提出的特征进行识别时具有最好的识别效果,识别率达到 94.58%。另一方面,特征 3 的维数仅为 49,远小于特征 1 和特征 2

的维数(92)。因此,本文提出的这种新的特征在较少的维数上包含了更多的有效识别信息,是一种更为有效的代数特征;基于这种特征的人脸识别必然会获得更好的识别精度和识别速度。

表 1 分别采用不同人脸特征获得的识别率

Tab.1 Comparison of different features			
	特征 1	特征 2	特征 3
识别率	48.33 %	79.17 %	94.58 %
维 数	92	92	49 (= 7 × 7)

为了验证傅里叶变换对识别效果的影响,我们采用直接对人脸而不是采用人脸的振幅谱表征进行投影、识别,图 3 给出了不同  $k$  值时的比较结果。实验表明,对人脸图像作傅里叶变换比不作傅里叶变换投影后具有更好的能量集中性,且能在一定程度上克服人脸在图像中的位置的不同所带来的识别问题,从而显著的提高识别率。

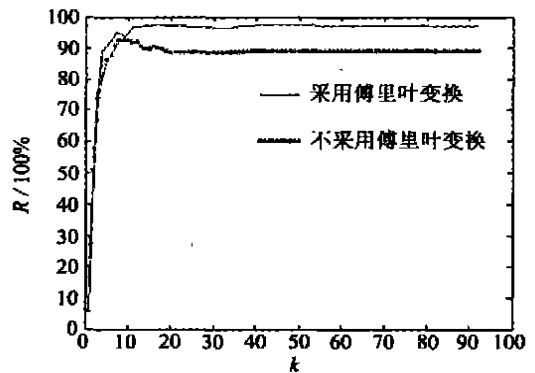


图 3 傅里叶变换和  $k$  值的选择对识别率的影响

Fig.3 Impacts of Fourier Transform and  $k$  on recognition rate

本文实质上是采用前  $k \times k$  个主元系数作为全部投影系数的近似,可以在保留足够识别信息的前提下达到降维的效果,从而大大减少计算量。但过度的减少  $k$  值必然会模糊不同人的脸部特征,严重影响识别效果。因此,对本文提出的方法, $k$  的选择是非常关键的。由图 3 可以看出,当  $k = 16$  时,采用傅里叶变换所获得的识别率可以达到 97.5%,而进一步增大  $k$  值识别率反而有所下降。因此,选择适当的  $k$  值不仅可以减少计算量,而且可以保证识别率达到最佳的识别效果。

以上实验均采用每人前 4 幅人脸图像进行训练,后 6 幅进行识别。由于文献[15-17]均采用前

6 幅人脸图像进行训练,后 4 幅进行识别,为了便于比较,本文也采用了与文献[15-17]相同的实验条件。实验结果如图 4 所示。当选取  $k = 13$  时获得了 100% 识别率,这是目前在 ORL 人脸库上获得的最好的识别效果。

表 2 与现有基于奇异值分解的人脸识别方法的比较

Tab. 2 Comparison with other popular face recognition schemes based on singular value decomposition

	方法 1	方法 2	方法 3	方法 4
识别率	92.00 %	92.50 %	96.00 %	100.00 %

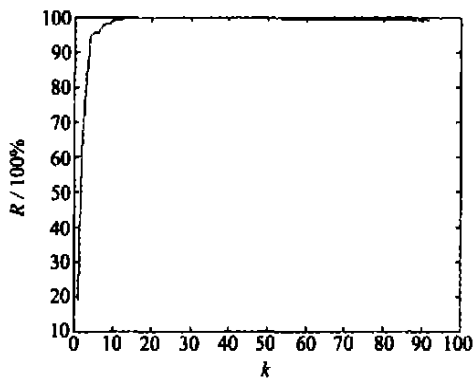


图 4 采用前 6 幅人脸训练时识别率与  $k$  值之间的关系

Fig. 4 Recognition rate obtained by using the former 6 images trained with respect to different  $k$

表 2 列出了与现有基于奇异值分解的人脸识别方法的比较结果。其中方法 1、方法 2 和方法 3 分别为文献[15]、文献[16]和文献[17]所提出的方法,方法 4 则为本文所提出的识别方法。从表 2 的实验结果可知,与现有的基于奇异值分解的人脸识别方法相比,本文所提出基于奇异值分解和最佳鉴别变换的人脸识别方法获得了更好的识别效果。

## 7 结 论

本文基于傅里叶变换和奇异值分解提取人脸的一种新的有效代数特征,并证明了其稳定性;进而基于这种新代数特征提出了一种新的人脸识别方法。实验表明,与目前可利用的人脸的代数特征相比,本文提出的这种新的代数特征在较低的维数内包含了更多的有效识别信息,因而是一种更为稳定的、更为有效的代数特征;本文基于这种新的代数特征所提出的人脸识别方法在 ORL 人脸库上获得了 100% 的识别率,优于任何一种现有的基于奇异值分解的人脸识别方法;它能有效的消除由于表情变化、姿态变化以及稍许遮掩带来的识别误差。

## 参考文献:

- [1] SAMAL A, IYENGAR P A. Automatic recognition and analysis of human faces and facial expression: A survey[J]. *Pattern Recognition*, 1992, 25(1): 65-77.
- [2] 王沛,余松煜,袁晓兵. 基于小波变换自适应盲水印算法[J]. *光学 精密工程*, 2002, 10(3): 247-252.  
WANG P, YU S Y, YUAN X B. Adaptive blind watermarking algorithm based on wavelet transform[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2002, 10(3): 247-252. (in Chinese)
- [3] 代少升,袁祥辉. 提高 DSP 图像处理系统实时性的一种有效方法[J]. *光学 精密工程*, 2003, 11(6): 617-620.  
DAI SH SH, YUAN X H. Improvement of DSP image processing real-timeness[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2003, 11(6): 617-620. (in Chinese)
- [4] CHELLAPPA R, WILSON C L, SIROHEY S. Human and machine recognition of faces: A survey[J]. *Proceedings of IEEE*. 1995, 83(5): 705-740.
- [5] LIU C J, WECHSLER H. Evolutionary pursuit and its application to face recognition[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(6): 570-582.
- [6] GRUDIN M A. *Compact multi-level representation of human faces for recognition*[D]. Liverpool John Moores University, UK, 1997.
- [7] GRUDIN M A. On internal representations in face recognition systems [J]. *Pattern Recognition*, 2000, 33(7): 1161-1177.
- [8] 张翠平,苏光大. 人脸识别技术综述[J]. *中国图像图形学报*, 2000, 5(11): 885-894.

- ZHANG C P, SU G D. Human face recognition: A survey[J]. *Journal of Image and Graphics*, 2000, 5(11): 885-894. (in Chinese)
- [9] HONG Z Q. Algebraic feature extraction of image recognition[J]. *Pattern Recognition*, 1991, 24(3): 211-219.
- [10] TURK M A, PENTLAND A P. Face recognition using eigenfaces[C]. *IEEE Proceedings on Computer Vision and Patter Recognition*, 1991: 586-591.
- [11] TURK M A, PENTLAND A P. Eigenfaces for recognition[J]. *The Journal of Cognitive Neuroscience*, 1991, 3(1): 71-79.
- [12] 洪子泉,杨静宇. 用于图象识别的图象代数特征抽取[J]. *自动化学报*, 1992, 18(2): 233-238.  
HONG Z Q, YANG J Y. Algebraic feature extraction of image for image recognition [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1992, 18(2): 233-238. (in Chinese)
- [13] CHENG Y Q. Human face recognition method based on the statistical model of small sample size[J]. *SPIE*, 1991, 1607: 85-95.
- [14] 洪子泉,杨静宇. 基于奇异值特征和统计模型的人像识别算法[J]. *计算机研究与发展*, 1994, 31(3): 60-65.  
HONG Z Q, YANG J Y. Human face recognition method based on SVs feature and the statistical model[J]. *Computer Research and Development*, 1994, 31(3): 60-65. (in Chinese)
- [15] WANG Y H, TAN T N, ZHU Y. Face verification based on singular value decomposition and radial basis function neural network[C]. *Proc. 4<sup>th</sup>. Asian Conference on Computer Vision*, 2000: 432-436.
- [16] TIAN Y, TAN T N, WANG Y H, *et al.* Do singular values contain adequate information for recognition[J]. *Pattern Recognition*, 2003, 36: 649-655.
- [17] 王蕴红,谭铁牛,朱勇. 基于奇异值分解和数据融合的脸像鉴别[J]. *计算机学报*, 2000, 23(6): 649-653.  
WANG Y H, TAN T N, ZHU Y. Face identification based on singular values decomposition and data fusion[J]. *Chinese J. Computers*, 2000, 23(6): 649-653. (in Chinese)
- [18] LAI J H, YUEN P C, FENG G C. Face recognition using holistic Fourier invariant features[J]. *Pattern Recognition*, 2001, 34(1): 95-109.
- [19] KLEMA V C, LAUB A J. The Singular value decomposition: Its computation and some applications[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1980, 25(2): 164-176.
- [20] TIAN Q, FAINMAN Y, GU Z H, *et al.* Comparison of statistical pattern recognition algorithms for hybrid processing, Part II: Eigenvector-based algorithms[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1988, 5(10): 1670-1672.
- [21] COVER T M, HART P E. Nearest neighbor pattern classification[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1967, 13(1): 21-27.

**作者简介:**梁毅雄(1977-),男,湖南涟源人,重庆大学在读博士研究生,主要研究方向为图像处理与模式识别;E-mail: yxliang@cqu.edu.cn  
龚卫国(1957-),男,重庆人,重庆大学光电工程学院教授,博士生导师。主要研究方向为模式识别及智能信息技术等;E-mail: wggong@cqu.edu.cn  
潘英俊(1948-),男,四川雅安人,重庆大学光电工程学院教授,博士生导师。主要研究方向为智能机器人技术及光电测控与传感技术等。E-mail: pyj@cqu.edu.cn